

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

On considère une suite (u_n) définie par $u_0 > 0$ et

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n}$$

En étudiant la suite $(1/u_n)$, montrez que $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} 1/n$.

Solution : La suite (v_n) de terme général $1/u_n$ est arithmétique puisque pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n + 1$. On a donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_0 + n$ et il vient que $v_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} n$. En prenant l'inverse, on obtient que : $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} 1/n$.

Références