Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ ***Pas de titre***

Trouver un équivalent de

$$u_n = \sqrt{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}} + \sqrt{\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}}$$

Solution : *Écrivons*

$$u_n = a_n + b_n$$

avec $a_n = \sqrt{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$ *et* $b_n = \sqrt{\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}}$. *On trouve les équivalents*

$$b_n = \sqrt{\frac{1}{(n+1)(n+2)}} \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{n}$$

$$a_n = n^{\frac{1}{4}} \left((1+\frac{1}{n})^{\frac{1}{2}} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{\sqrt{2}n^{\frac{1}{4}}}$$

car $\left((1+\frac{1}{n})^{\frac{1}{2}} - 1 \right) \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{2n}$.

Donc $u_n = a_n + b_n$ *avec* $b_n = \underset{n\to+\infty}{o}(a_n)$ *et il vient que* $u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} a_n \underset{n\to+\infty}{\sim} \boxed{\frac{1}{\sqrt{2}n^{\frac{1}{4}}}}$.

Références