

Borel-Cantelli, Centrale 2015

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

17 juillet 2024

Exercice 0.1 ★★ **Borel-Cantelli, Centrale 2015 Centrales**

Soit $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ un espace probabilisé et $(E_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite d'événements telle que $\sum_{n \in \mathbb{N}} \mathbb{P}(E_n) < +\infty$.

1. Soit $Z = \sum_{n \in \mathbb{N}} \mathbb{1}_{E_n}$. Montrer que Z est une variable aléatoire discrète.
2. Soit $F = \{\omega \in \Omega \text{ tq } \omega \text{ appartient à un nombre fini de } E_n\}$. Montrer que F est un événement et que $\mathbb{P}(F) = 1$.
3. Montrer que Z admet une espérance.

Références