

$$u_{n+1} = u_n - u_n^2$$

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

11 juillet 2024

Exercice 0.1 ★★ $u_{n+1} = u_n - u_n^2$

On considère la suite (u_n) définie par : $0 < u_0 < 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n - u_n^2$.

1. Montrer que la suite (u_n) converge. Quelle est sa limite ?
2. Montrer que la série de terme général u_n^2 converge.
3. Montrer que les séries de termes généraux $\ln\left(\frac{u_{n+1}}{u_n}\right)$ et u_n divergent.
4. Montrer que $u_n < \frac{1}{n+1}$ et que la suite (nu_n) est croissante. On note l sa limite.
5. On pose $u_n = \frac{l - v_n}{n}$. Montrer que la série de terme général $v_{n+1} - v_n$ converge.
6. En déduire que u_n est équivalent à $\frac{1}{n}$.

Références