

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

16 avril 2024

## Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit  $(u_n)$  une suite croissante.

1. On suppose qu'il existe une suite extraite de  $(u_n)$  qui diverge. Montrer que  $(u_n)$  diverge.
2. On suppose qu'il existe une suite extraite de  $(u_n)$  qui converge. Montrer que  $(u_n)$  converge.

### Solution :

1. Si  $(u_n)$  convergait alors il en serait de même de toute suite extraite, donc  $(u_n)$  diverge.
2. Comme  $(u_n)$  est croissante, d'après le théorème de la limite monotone, soit elle converge, soit elle tend vers  $+\infty$ . Si  $(u_n)$  tend vers  $+\infty$ , alors toute suite extraite de  $(u_n)$  tend vers  $+\infty$  (cette propriété se démontre aisément à l'aide de la définition de la divergence d'une suite vers  $+\infty$ ), ce qui est contraire à l'hypothèse. Donc  $(u_n)$  converge.

## Références