Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

28 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Soit (u_n) une suite croissante.

1. *On suppose qu'il existe une suite extraite de (u_n) qui diverge. Montrer que (u_n) diverge.*
2. *On suppose qu'il existe une suite extraite de (u_n) qui converge. Montrer que (u_n) converge.*

Solution :

1. *Si (u_n) convergeait alors il en serait de même de toute suite extraite, donc (u_n) diverge.*
2. *Comme (u_n) est croissante, d'après le théorème de la limite monotone, soit elle converge, soit elle tend vers $+\infty$. Si (u_n) tend vers $+\infty$, alors toute suite extraite de (u_n) tend vers $+\infty$ (cette propriété se démontre aisément à l'aide de la définition de la divergence d'une suite vers $+\infty$), ce qui est contraire à l'hypothèse. Donc (u_n) converge.*

Références