

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup> and Alain Soyeur<sup>2</sup>

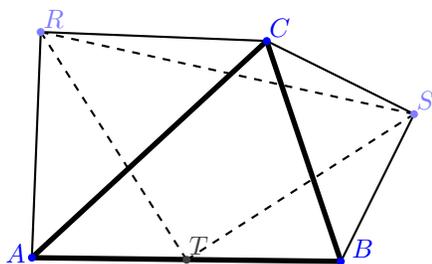
<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

2 janvier 2022

## Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit  $ABC$  un triangle direct. On construit à l'extérieur de ce triangle les triangles  $ARC$  et  $BSC$  isocèles et rectangles respectivement en  $R$  et  $S$ . Si  $T$  est le milieu de  $[AB]$ , montrer que  $RST$  est rectangle et isocèle en  $T$ .



**Solution :** Quitte à effectuer une translation, une rotation et une homothétie, on peut supposer que l'affixe de  $T$  est 0, celle de  $A$  est  $-1$  et celle de  $B$ ,  $1$ . On note  $c, r, s$  les affixes respectives de  $C$ ,  $R$  et  $S$ . Comme  $ARC$  est isocèle et rectangle en  $R$ ,  $C$  est déduit de  $A$  par une rotation de centre  $C$  et d'angle  $\pi/2$ . Donc  $c - r = i(-1 - r)$ . De même,  $B$  est déduit de  $S$  par une rotation de centre  $S$  et d'angle  $\pi/2$ , donc  $1 - s = i(c - s)$ . On déduit de ces deux relations que

$$r = \frac{c+i}{1-i} \quad \text{et} \quad s = \frac{-1+ic}{i-1}.$$

Il est alors clair que  $is = r$  donc  $R$  est l'image de  $S$  par une rotation de centre  $T$  et d'angle  $\pi/2$ . Autrement dit,  $RST$  est rectangle et isocèle en  $T$ .

## Références