Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

28 décembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Étudier la convergence de la suite de terme général

$$u_n = \frac{1}{n}\left(1 + 1 + \frac{1}{n} + \left(1+\frac{1}{n}\right)^2 + \cdots + \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n-1}\right).$$

Solution : *Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On a :*

$$u_n = \frac{1}{n}\left(1 + 1 + \frac{1}{n} + \left(1+\frac{1}{n}\right)^2 + \cdots + \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n-1}\right) = \frac{1}{n}\frac{1-\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}{1-\left(1+\frac{1}{n}\right)} = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n - 1$$

mais $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \xrightarrow[n\to+\infty]{} e$ *(voir exercice* **??***) et donc* $\boxed{u_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} e-1}$.

Références