

Points fixes, ULM-Lyon-Cachan MP* 2005

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★★ **Points fixes, ULM-Lyon-Cachan MP* 2005 MP**

1. Montrer que les points fixes de f , continue sur $[0, 1]$ à valeurs dans $[0, 1]$, forment un ensemble fermé non vide.
2. Montrer que tout fermé de $[0, 1]$ non vide est l'ensemble des points fixes d'une fonction continue de $[0, 1]$ dans $[0, 1]$.

Solution :

1. Soit F est un tel fermé, et $a \in F$. On prend $f(x) = x + d(x, F)$ si $0 \leq x \leq a$ et $f(x) = x - d(x, F)$ si $a \leq x \leq 1$.

Références