

Application presque contractante (Polytechnique MP* 2000, Mines MP 2003)

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★★ **Application presque contractante (Polytechnique MP* 2000, Mines MP 2003) Mines-Ponts MP**

Soit C un compact convexe d'un evn E . Soit $f : C \rightarrow C$, 1-lipschitzienne. Montrer que f admet un point fixe. On pourra utiliser la fonction $f_n : x \mapsto \frac{1}{n}a + (1 - \frac{1}{n})f(x)$ avec $a \in C$.

Solution : C est stable par f_n qui est $(1 - \frac{1}{n})$ -lipschitzienne. Donc il existe $x_n \in C$ tel que $f_n(x_n) = x_n$; toute valeur d'adhérence de (x_n) est point fixe de f .

Références