

Thm du point fixe

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★★ **Thm du point fixe**

Soit E un evn de dimension finie et $f : E \rightarrow E$ une fonction k -lipchitzienne avec $k < 1$. On choisit $u_0 \in E$ arbitrairement, et on considère la suite (u_n) telle que pour tout $n : u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Montrer que $\|u_{n+1} - u_n\| \leq k^n \|u_1 - u_0\|$.
2. En déduire que la suite (u_n) est de Cauchy.
3. Soit $l = \lim(u_n)$. Montrer que l est l'unique solution dans E de l'équation $f(x) = x$.

Références