

Centrale MP 2001

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★★ **Centrale MP 2001 Centrales MP**

Montrer qu'un plan euclidien n'est pas réunion de cercles disjoints non réduits à un point.
Indication : considérer les disques fermés associée à un recouvrement « circulaire » du plan et mettre en évidence une suite de disques emboîtés dont les rayons tendent vers zéro.

Solution : Supposons qu'il existe une famille $(C_i = \mathcal{C}(a_i, R_i))_{i \in I}$ de cercles disjoints dont la réunion est égale au plan P . On note D_i le disque fermé de frontière C_i . Soit $i_0 \in I$ choisi arbitrairement, i_1 tel que $a_{i_0} \in C_{i_1}$, i_2 tel que $a_{i_1} \in C_{i_2}$ etc. On a $R_{i_k} < 1/2R_{i_{k-1}}$ donc la suite (D_{i_k}) vérifie le théorème des fermés emboîtés, l'intersection des D_{i_k} est réduite à un point x par lequel ne passe aucun cercle C_j .

Références