Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

29 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Étudier la convergence de la suite de terme général :

$$u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}.$$

Solution : *Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculons*

$$u_{n+1} - u_n = \left(\frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2}\right) - \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}\right) = \frac{1}{2(2n+1)(n+1)} > 0$$

Par conséquent, (u_n) est croissante. De plus

$$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} \leqslant \frac{n}{n} = 1$$

donc (u_n) est minorée par 1. Cette suite converge d'après le théorème de la limite monotone.

Références