

f quelconque, il existe une BON dont l'image est orthogonale

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

6 décembre 2024

Exercice 0.1 ★★ f quelconque, il existe une BON dont l'image est orthogonale

Soient E un espace euclidien et $f \in \mathcal{L}(E)$. Montrer qu'il existe une base orthonormée (e_1, \dots, e_n) dont l'image par f est une famille orthogonale.

Solution : Soit \mathcal{B} une BON fixée, $M = \text{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$, \mathcal{B}' la BON cherchée et P la matrice de passage de \mathcal{B} à \mathcal{B}' . On veut que ${}^tM'M'$ soit diagonale avec $M' = {}^tPMP$, cad ${}^tP{}^tMMP$ diagonale.

Références