

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹ and Alain Soyeur²

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

2 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soient $A(1+i)$ et $B(4+3i)$.

1. Trouver l'affixe du point C pour que le triangle ABC soit équilatéral direct.
2. Trouver l'affixe des points D et E pour que le quadrilatère $ABDE$ soit un carré direct.

Solution :

1. Le triangle ABC est équilatéral direct si et seulement si C est déduit de B par une rotation de centre A et d'angle $\pi/3$ donc on doit avoir $Z_C = e^{i\pi/3}(z_B - z_A) + z_A$. Après calcul, on trouve que l'affixe de C est $z_C = 5/2 - \sqrt{3} + (2 + 3/2\sqrt{3})i$. Réciproquement, on vérifie que ce point convient.
2. Le quadrilatère $ABDE$ est un carré direct si et seulement si on a en même temps :
 - le point D est l'image de A par une rotation d'angle $-\pi/2$ et de centre B .
 - le point E est l'image de B par une rotation d'angle $\pi/2$ et de centre A .

On trouve alors $z_D = -i(z_A - z_B) + z_B$ c'est-à-dire $z_D = 2 + 6i$ et $z_E = i(z_B - z_A) + z_A$ c'est-à-dire $z_E = 3 - 2i$. On vérifie réciproquement que ces deux points conviennent.

Références