

# Décomposition polaire d'un endomorphisme

Michel Quercia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

## **Exercice 0.1** ★★ **Décomposition polaire d'un endomorphisme**

Soient  $E$  un ev euclidien et  $f \in \mathcal{L}(E)$ .

1. En considérant l'endomorphisme  $f^* \circ f$ , montrer que si  $f$  est inversible alors  $f$  se décompose de manière unique sous la forme  $f = u \circ h$  avec  $u$  orthogonal et  $h$  autoadjoint positif.
2. Si  $f$  est non inversible, montrer qu'une telle décomposition existe mais n'est pas unique (on rappelle que  $\mathcal{O}(E)$  est compact).
3. Montrer que l'application  $f \mapsto (u, h)$  est continue sur  $GL(E)$ .

## Références