

# Étude de convergence

Michel Quercia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

## Exercice 0.1 ★★ Étude de convergence

$$\text{Soit } f_n : \begin{cases} [0, +\infty[ & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ ( & \longmapsto & x \end{cases} \begin{cases} (1 - x/n)^n & \text{si } x \leq n \\ 0 & \text{si } x > n \end{cases}$$

1. Déterminer la limite simple,  $f$ , des fonctions  $f_n$ .
2. Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}_+, 0 \leq f_n(x) \leq f(x)$ .
3. Montrer que  $(f_n)$  converge uniformément vers  $f$  sur tout segment  $[0, a]$ .
4. Démontrer que la convergence est uniforme sur  $\mathbb{R}_+$ .

### Solution :

1. Déterminer la limite simple,  $f$ , des fonctions  $f_n$ .  $e^{-x}$ .
- 2.

## Références