Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1] and Alain Soyeur[2]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

2 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Déterminer et représenter les ensembles de nombres complexes :

1. $E_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid \bar{z} = z\}$.
2. $E_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leqslant 4\}$.
3. $E_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z-1| = |z+1|\}$.
4. $E_4 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z-1+2i| = 1\}$.
5. $E_5 = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im} z = -1\}$
6. $E_6 = \{z \in \mathbb{C} \mid \arg(z) = \pi/4 \ [\pi]\}$
7. $E_7 = \{z \in \mathbb{C} \mid \arg(z) = \pi/3 \ [2\pi]\}$.
8. $E_8 = \{z \in \mathbb{C} \mid \arg(z-1) = \pi/6 \ [\pi]\}$
9. $E_9 = \{z \in \mathbb{C} \mid \arg(z-1+2i) = \pi/2 \ [2\pi]\}$

Solution : *Dans toute la solution, on appelle M le point d'affixe z.*

1. *Un complexe est égale à son conjugué si et seulement si il est réel donc $E_1 = \mathbb{R}$.*
2. *On applique le cours : E_2 est le disque fermé de centre 0 et de rayon 4.*
3. *Si A est le point d'affixe -1 et B celui d'affixe -1 alors $|z-1| = |z+1|$ si et seulement si $d(M,A) = d(M,B)$. Donc M est un point de la médiatrice du segment $[A,B]$, c'est-à-dire de l'axe imaginaire, donc $E_2 = i\mathbb{R}$.*
4. *D'après le cours E_3 est le cercle de centre le point d'affixe $1-2i$ et de rayon 1.*
5. *L'ensemble E_5 est constitué de la droite passant par le point d'affixe $-i$ et parallèle à l'axe réel.*
6. *L'ensemble E_6 est la bissectrice principale.*
7. *L'ensemble E_7 est la demi-droite d'extrémité l'origine et formant un angle de $\pi/3$ avec l'axe des abscisses.*
8. *L'ensemble E_8 est l'image par la translation de vecteur $\overrightarrow{i}$ de la droite passant par l'origine et le point d'affixe $\left(\sqrt{3}+i\right)/2$ angle de $\pi/3$ avec l'axe des abscisses.*
9. *Enfin l'ensemble E_9 est l'image par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}\,(1-2i)$ de la demi droite $[Oy)$.*

Références