

Fonction définie par une intégrale, X 1999

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

23 mars 2024

Exercice 0.1 ★★ **Fonction définie par une intégrale, X 1999 Polytechnique**

1. Calculer $f(a) = \int_{t=0}^{+\infty} e^{-t^2} \cos(at) dt$.

2. Soit $g(a) = \int_{t=0}^{+\infty} e^{-t^2} \frac{\sin(at)}{t} dt$; calculer $\lim_{a \rightarrow +\infty} g(a)$.

Solution :

1. $f'(a) = -\frac{a}{2} f(a) \Rightarrow f(a) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp(-a^2/4)$.

2. $g'(a) = f(a) \Rightarrow g(a) \rightarrow_{a \rightarrow +\infty} \frac{\pi}{2}$.

Références