Polytechnique MP 2002

Michel Quercia[1]

[1]Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

23 mars 2024

Exercice 0.1 ★★ ***Polytechnique MP 2002 Polytechnique MP***

Soit $\alpha \in]0, \frac{\pi}{2}[$ *et* $\lambda \in \mathbb{R}$. *Chercher un équivalent pour* $n \to \infty$ *de* $I_n = \int_{x=0}^{\alpha} \sin(x)\exp(\lambda n \sin^2(x))\ \mathrm{d}x$.

Solution : *Pour* $\lambda \neq 0$: $I_n = \left[\dfrac{\exp(\lambda n \sin^2(x))}{2\lambda n \cos(x)}\right]_{x=0}^{\alpha} - \int_{x=0}^{\alpha} \dfrac{\sin(x)}{2\lambda n \cos^2(x)} \exp(\lambda n \sin^2(x))\ \mathrm{d}x = \dfrac{\exp(\lambda n \sin^2(\alpha))}{2\lambda n \cos(\alpha)} - \dfrac{1}{2\lambda n} - \dfrac{J_n}{2\lambda n}$ *avec* $0 \leq J_n \leq \dfrac{I_n}{\cos^2(\alpha)}$. *Donc* $I_n \sim \dfrac{\exp(\lambda n \sin^2(\alpha))}{2\lambda n \cos(\alpha)}$ *si* $\lambda > 0$ *et* $I_n \sim -\dfrac{1}{2\lambda n}$ *si* $\lambda < 0$.

Références