

Série d'intégrales, Esem 91

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★★ Série d'intégrales, Esem 91

Établir la convergence et calculer la somme de $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \int_0^{+\infty} \frac{dt}{(1+t^3)^n}$.

$$\text{Solution : } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \int_0^{+\infty} \frac{dt}{(1+t^3)^n} = \int_0^{+\infty} \left(1 - \frac{(-1)^n}{(1+t^3)^n}\right) \frac{dt}{2+t^3} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \int_0^{+\infty} \frac{dt}{2+t^3} = \frac{\pi 2^{5/3}}{3\sqrt{3}}.$$

Références