

# Pas de titre

Alain Soyeur<sup>1</sup>, Emmanuel Vieillard-Baron<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>3</sup>, ,

22 septembre 2021

## Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Soient  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites réelles telles que  $u_n^2 + u_n v_n + v_n^2 \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$ .

Démontrer que  $(u_n)$  et  $(v_n)$  convergent vers 0.

**Solution :** Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Comme  $u_n^2 + u_n v_n + v_n^2 = (u_n + v_n)^2 - u_n v_n = (u_n - v_n)^2 + 3u_n v_n$ , la limite des deux dernières quantités existent et vaut 0. Par conséquent :  $u_n v_n = \frac{1}{4} \left( (u_n + v_n)^2 + 3u_n v_n \right) - \left( (u_n + v_n)^2 - u_n v_n \right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$ . On en déduit que  $u_n^2 + v_n^2 \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$  ce qui n'est possible que si  $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$  et  $v_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$ .

## Références