

Plan stable pour une valeur propre non réelle

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

19 avril 2024

Exercice 0.1 ★★ **Plan stable pour une valeur propre non réelle**

Soit $M \in \mathfrak{M}_n(\mathbb{R})$ et $\lambda = a + ib$ une valeur propre non réelle de M ($a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}^*$). On note X un vecteur propre complexe de M .

1. Montrer que \overline{X} est aussi vecteur propre de M .
2. Montrer que (X, \overline{X}) est libre dans \mathbb{C}^n .
3. Soient $U = \frac{1}{2}(X + \overline{X})$, $V = \frac{1}{2i}(X - \overline{X})$. Montrer que (U, V) est libre dans \mathbb{R}^n .
4. Soit $F = \text{vect}(U, V)$. Montrer que F est stable par φ (endomorphisme de \mathbb{R}^n associé à M) et donner la matrice de $\varphi|_F$ dans la base (U, V) .

Références