

u est diagonalisable $\Leftrightarrow \text{Ker}(u - \lambda \text{id}) + \text{Im}(u - \lambda \text{id})$ est directe

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★★ u est diagonalisable $\Leftrightarrow \text{Ker}(u - \lambda \text{id}) + \text{Im}(u - \lambda \text{id})$ est directe

Soit E un \mathbb{K} -ev de dimension finie et $u \in \mathcal{L}(E)$ tel que χ_u est scindé. Pour $\lambda \in \text{sp}(u)$, on note $E_\lambda = \text{Ker}(u - \lambda \text{id})$ et $F_\lambda = \text{Im}(u - \lambda \text{id})$. Montrer que u est diagonalisable si et seulement si pour tout $\lambda \in \text{sp}(u)$, $E_\lambda \oplus F_\lambda = E$.

Références