

$$XY = YX = A$$

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★★ $XY = YX = A$ *Polytechnique*

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1. A est-elle diagonalisable ?
2. Trouver toutes les matrices $X, Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ telles que $XY = YX = A$.

Solution :

1. $X = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a+b & b-a \\ b-a & a+b \end{pmatrix}$, $Y = \frac{1}{b} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ou l'inverse.

Références