

$$u \circ v - v \circ u = \text{id}$$

Michel Quercia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

**Exercice 0.1** ★★  $u \circ v - v \circ u = \text{id}$

Soient  $\mathbb{K}$  un corps de caractéristique nulle,  $E$  un  $\mathbb{K}$ -ev non nul et  $u, v$  deux endomorphisme de  $E$  tels que  $u \circ v - v \circ u = \text{id}_E$ .

1. Simplifier  $u^k \circ v - v \circ u^k$  pour  $k \in \mathbb{N}$  puis  $P(u) \circ v - v \circ P(u)$  pour  $P \in \mathbb{K}[X]$ .
2. Montrer que  $u$  et  $v$  n'ont pas de polynômes minimaux.

**Solution :**

1. Pour  $P \in \mathbb{K}[X]$  on a  $P(u) \circ v - v \circ P(u) = P'(u)$ .
- 2.

## Références