Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

28 janvier 2022

Exercice 0.1 ★★ ***Pas de titre***

Soit une suite réelle (u_n) telle que $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \in \mathbb{Z}$. Montrer que si la suite (u_n) converge, alors elle est constante à partir d'un certain rang.

Indication 0.0 : *On pourra envisager la suite (v_n) définie par $v_n = u_{n+1} - u_n$.*

Solution : *La suite (v_n) définie par $v_n = u_{n+1} - u_n$ converge vers 0. On pose $\varepsilon = \frac{1}{2}$. Il existe $N \in \mathbb{N}$ tel que pour tout $n \geqslant N$,*

$$-\frac{1}{2} \leqslant v_n \leqslant +\frac{1}{2}.$$

Mais alors, pour $n \geqslant N$, $v_n = 0$, puisque zéro est le seul entier compris entre $-1/2$ et et $1/2$. La suite (u_n) est donc constante à partir du rang N.

Références