Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

28 décembre 2021

Exercice 0.1 ★★ ***Pas de titre***

Calculer la dérivée de $f : x \mapsto \sqrt{\dfrac{1+\operatorname{th} x}{1-\operatorname{th} x}}$ *sur un domaine à déterminer. Conclusion ? Retrouver ce résultat en utilisant la trigonométrie.*

Solution : *Comme* $\operatorname{th} : \mathbb{R} \mapsto]-1,1[$, *la fonction* f *est définie sur* $\mathbb{R}$. *Pour tout* $x \in \mathbb{R}$, *on trouve que*

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\dfrac{1-\operatorname{th} x}{1-\operatorname{th} x}}}\frac{2}{(1-\operatorname{th} x)^2}(1-\overset{2}{\operatorname{th}} x) = \sqrt{\frac{1+\operatorname{th} x}{1-\operatorname{th} x}}$$

f *vérifie l'équation différentielle* $y' = y$. f *est donc de la forme :* $f : x \mapsto \alpha e^x$ *et comme* $f(0) = 1$, *on a* $\alpha = 1$ *et* f *est la fonction exponentielle néperienne. On retrouve ce résultat en écrivant*

$$f(x) = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x}} = \sqrt{\frac{e^x}{e^{-x}}} = e^x.$$

Références