Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

28 décembre 2021

Exercice 0.1 ★★ ***Pas de titre***

Résoudre l'équation

$$5 \operatorname{ch} x - 4 \operatorname{sh} x = 3$$

On utilisera deux méthodes différentes :

1) En exprimant tout à l'aide d'exponentielles,

2) En utilisant $t = \operatorname{th} \dfrac{x}{2}$.

Solution :

1. *L'équation s'écrit* $5(e^x + e^{-x}) - 4(e^x - e^{-x}) = 6$, *c'est-à-dire*

$$(e^x)^2 - 6e^x + 9 = 0$$

En posant $X = e^x$, *on a une équation du second degré,* $(X-3)^2 = 0$, *on trouve alors une unique solution* $e^x = 3$, *c'est-à-dire* $\boxed{x = \ln 3}$

2. *Si* $t = \operatorname{th} \frac{x}{2}$, *l'équation s'écrit*

$$5\frac{1+t^2}{1-t^2} - 4\frac{2t}{1-t^2} = 3 \iff 4t^2 - 4t + 1 = 0$$

l'unique solution est alors $t = \dfrac{1}{2}$. *Alors*

$$\operatorname{th} \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \iff 2(e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}}) = e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}} \iff e^x = 3 \iff x = \ln 3$$

La première solution est plus simple !

Références