

# X MP\* 2001

Michel Quercia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

19 juin 2024

**Exercice 0.1** ★★ X MP\* 2001 Polytechnique MP

Soit  $D$  le disque ouvert de  $\mathbb{C}$  de centre 0 et rayon 1.

1. Soit  $\varphi(z) = \sum_{n \in \mathbb{N}} a_n z^n$  une série entière de rayon  $R \geq 1$  et  $r \in ]0, 1[$ . Montrer que

$$a_n = \frac{1}{2\pi r^n} \int_{\theta=0}^{2\pi} \varphi(re^{i\theta}) e^{-in\theta} d\theta.$$

2. Soit  $E$  l'ensemble des fonctions de  $\overline{D}$  dans  $\mathbb{C}$  continues et dont la restriction à  $D$  est somme d'une série entière. Montrer que  $f \mapsto \|f\| = \sup\{|f(z)|, z \in \overline{D}\}$  définit une norme sur  $E$  et que pour cette norme  $E$  est complet.

3. Montrer que l'ensemble des polynômes à coefficients complexes est dense dans  $E$ .

## Références