

# Idéaux premiers

Michel Quercia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

## **Exercice 0.1** ★★ **Idéaux premiers**

Un idéal  $I$  d'un anneau  $A$  est dit premier si :  $\forall x, y \in A, xy \in I \Rightarrow x \in I$  ou  $y \in I$ .

1. Quels sont les idéaux premiers de  $\mathbb{Z}$  ?
2. Montrer que si  $A$  est commutatif non nul et si tous les idéaux de  $A$  sont premiers alors  $A$  est un corps.

### **Solution :**

1.  $A$  est intègre car  $\{0\}$  est premier et si  $a \in A \setminus \{0\}$  alors  $a \times a \in (a^2)$  qui est premier donc  $a^2$  divise  $a$  d'où  $a$  est inversible.

## Références