

# Moyennes géométrique et arithmétique

Michel Quercia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

## Exercice 0.1 ★★ Moyennes géométrique et arithmétique

1. Soient  $u, v \in \mathbb{C}$ . Montrer que  $|u + v|^2 + |u - v|^2 = 2|u|^2 + 2|v|^2$ .
2. Soient  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ ,  $m = \frac{\alpha + \beta}{2}$  et  $\mu$  une racine carrée de  $\alpha\beta$ . Montrer que  $|\alpha| + |\beta| = |m + \mu| + |m - \mu|$ .

**Solution :**

$$1. \text{ élever au carré : } |\alpha|^2 + |\beta|^2 + 2 \underbrace{|\alpha\beta|}_{|\mu|^2} = \underbrace{|m - \mu|^2 + |m + \mu|^2}_{2|m|^2 + 2|\mu|^2} + 2 \underbrace{|m^2 - \mu^2|}_{|\alpha - \beta|^2/4}.$$

## Références