

$$e^{2i\pi/7}$$

Michel Quercia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

**Exercice 0.1** ★★  $e^{2i\pi/7}$

Soit  $z = e^{2i\pi/7}$  et  $u = z + z^2 + z^4$ ,  $v = z^3 + z^5 + z^6$ .

1. Calculer  $u + v$  et  $u^2$ .
2. En déduire  $\sin \frac{2\pi}{7} + \sin \frac{4\pi}{7} + \sin \frac{8\pi}{7}$ .

**Solution :**

1.  $u + v = -1$ ,  $u^2 = u + 2v = -2 - u$ .
2.  $\Sigma = \operatorname{Im} u = \frac{1}{2}\sqrt{7}$ .

**Références**