

Somme des puissances p -èmes des racines de l'unité

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★★ Somme des puissances p -èmes des racines de l'unité

Soient $n, p \in \mathbb{N}^*$ et \mathbb{U}_n le groupe des racines n -èmes de 1.

1. Calculer $\sum_{x \in \mathbb{U}_n} x^p$.
2. Soit $P \in \mathbb{C}_{n-1}[X]$ et $M = \max\{|P(x)|, x \in \mathbb{U}_n\}$. Montrer que tous les coefficients de P sont bornés par M .

Solution :

1. $\Sigma = n$ si $p \not\equiv 0 \pmod{n}$, 0 sinon.

$$2. a_k = \sum_{x \in \mathbb{U}_n} \frac{P(x)}{nx^k}.$$

Références