

Sommes sur les racines de l'unité

Michel Quercia¹

¹Agrégé, Lycée Carnot, Dijon

23 mars 2024

Exercice 0.1 ★★ Sommes sur les racines de l'unité

Soit $\omega = e^{2i\pi/n}$. Calculer :

1. $\sum_{k=0}^{n-1} (1 + \omega^k)^n$.
2. $\sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=k}^{n-1} \binom{l}{k} \omega^{k+l}$.

Solution :

1. développer. $S = 2n$.

$$2. \frac{1 - (1 + \omega)^n}{1 - \omega - \omega^2} = \frac{1 + (2 \cos(\pi/n))^n}{1 - \omega - \omega^2}.$$

Références