

Sous-anneaux et morphismes de $(\mathbb{Z}, +, \times)$

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

7 avril 2023

Exercice 0.1 ★★ Sous-anneaux et morphismes de $(\mathbb{Z}, +, \times)$

1. Trouver tous les sous-anneaux de $(\mathbb{Z}, +, \times)$.
2. Trouver tous les morphismes d'anneaux de \mathbb{Z} vers \mathbb{Z} .

Solution :

1. Soit A' un sous-anneau de \mathbb{Z} . Si $1 \in A'$, montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, n \in A'$. Ensuite que $A' = \mathbb{Z}$.
2. De même, soit f un morphisme de \mathbb{Z} . Si $f(1) = 1$, montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, f(n) = n$ puis que $f = \text{id}$.

Références