

# Quelques morphismes bien connus

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

7 avril 2023

## Exercice 0.1 ★ Quelques morphismes bien connus

Traduire en termes de morphisme de groupes les propriétés traditionnelles suivantes :

1.  $\ln(xy) = \ln x + \ln y$  ;
2.  $|zz'| = |z||z'|$  ;
3.  $(xy)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$  ;
4.  $e^{z+z'} = e^z e^{z'}$  ;
5.  $\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$ .
6.  $\overline{zz'} = \overline{z}\overline{z'}$ .

### Solution :

1. Le logarithme est un morphisme du groupe  $(\mathbb{R}_+, \times)$  sur  $(\mathbb{R}, +)$ .
2. Le module est un morphisme du groupe  $(\mathbb{C}^*, \times)$  sur  $(\mathbb{R}_+, \times)$ .
3. La racine carrée est un morphisme du groupe  $(\mathbb{R}_+, \times)$ .
4. L'exponentielle est un morphisme du groupe  $(\mathbb{C}, +)$  sur  $(\mathbb{C}^*, \times)$ .
5. La conjugaison complexe est un morphisme du groupe  $(\mathbb{C}, +)$ .
6. La conjugaison complexe est un morphisme du groupe  $(\mathbb{C}^*, \times)$ .

## Références