

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and Christophe Antonini³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³Enseignant en CPGE, Institut Stanislas, Cannes

29 mars 2024

Exercice 0.1 ★★★ Pas de titre

Soit un groupe (G, \cdot) et deux sous-groupes H, K du groupe G .

On note

$$HK = \{x \in G \mid \exists h \in H : \exists k \in K : x = hk\}$$

1. Soit $x \in G$. Montrer que

$$x \in HK \iff x^{-1} \in KH$$

2. Montrer que les propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) HK est un sous-groupe de G .
- (ii) KH est un sous-groupe de G .
- (iii) $HK = KH$.

Indication 0.0 : Il faut bien comprendre la signification des notations. Par exemple, $HK = KH$ ne revient pas à dire que $\forall (h, k) \in H \times K, hk = kh$!

Références