Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

— *Montrer que :* $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \text{ si } x > 0 \\ -\frac{\pi}{2} \text{ si } x < 0 \end{cases}$

— *Montrer que :* $\forall x \in [-1,1]$ *:* $\arcsin(x) + \arccos(x) = \frac{\pi}{2}$.

Solution : *La même méthode s'applique dans les deux questions.*

1. *Soit* $\theta_1 : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^* & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \arctan x + \arctan \frac{1}{x} \end{array} \right.$. θ_1 *est dérivable sur* $\mathbb{R}^*$ *et* $\theta_1' = 0$. *Par conséquent, il existe des réels* c_1 *et* c_2 *tels que* $\theta_{1|\mathbb{R}_-^*} = c_1$ *et* $\theta_{1|\mathbb{R}_+^*} = c_2$. *En prenant la limite de* θ_1 *quand* x *tend vers* $-\infty$ *et* $+\infty$ *on montre que* $c_1 = -\frac{\pi}{2}$ *et* $c_2 = \frac{\pi}{2}$.
2. *Soit* $\theta_2 : \left\{ \begin{array}{ccc} [-1,1] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \arcsin(x) + \arccos(x) \end{array} \right.$. θ_2 *est dérivable sur* $[-1,1]$ *et* $\theta_2' = 0$. θ_2 *est donc constante sur* $[-1,1]$ *et évaluant l'expression en* $x = 0$, *on montre que cette constante vaut* $\frac{\pi}{2}$.

Références