

# Pas de titre

François Capaces<sup>1</sup>, Emmanuel Vieillard-Baron<sup>2</sup>, and Alain Soyeur<sup>3</sup>

<sup>1</sup>, ,

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>3</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

11 mai 2023

## Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Résoudre l'équation  $\arcsin x = 2 \arctan x$ .

**Solution :** Pour tout  $X \in ]-\pi/2, \pi/2[$ , comme  $1 + \tan^2 X = 1/\cos^2 X$ , il vient  $\cos X = 1/\sqrt{1 + \tan^2 X}$ . Donc  $\cos \arctan x = 1/(\sqrt{1 + x^2})$  car  $\arctan x \in ]-\pi/2, \pi/2[$  et comme  $\sin X = \pm\sqrt{1 - \cos^2 X}$ , on a aussi  $\sin \arctan x = x/\sqrt{1 + x^2}$ . On a alors :

$$\begin{aligned} & \arcsin x = 2 \arctan x \\ \Rightarrow & x = \sin(2 \arctan x) \\ \Rightarrow & x = 2 \sin(\arctan x) \cos(\arctan x) \\ \Rightarrow & x = \frac{2x}{1 + x^2} \\ \Rightarrow & x^3 - x = 0 \\ \Rightarrow & x = -1, \quad x = 0 \text{ ou } x = 1 \end{aligned}$$

Réciproquement, on vérifie que ces 3 nombres sont solutions de l'équation.

## Références