Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and Christophe Antonini[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3]Enseignant en CPGE, Institut Stanislas, Cannes

24 juin 2023

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Soit $E = \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \mid \forall n \in \mathbb{Z}, f(n) = 0\}$. *On munit* E *de la loi* $+$ *d'addition des fonctions d'une variable réelle. Montrer que* $(E, +)$ *est un groupe.*

Solution : *Soit* $G = \mathcal{F}(\mathbb{Z}, \mathbb{R})$, *et* $F = \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ *On munit* F *et* G *de la loi* $+$ *d'addition des fonctions de* $\mathbb{R}$ *dans* $\mathbb{R}$ *et* $\mathbb{Z}$ *dans* $\mathbb{R}$ *respectivement. Pour démontrer que* E *est un sous-groupe de* F, *on considère* $\Phi\ : F \longrightarrow G$ *qui à* f *associe la restriction de* f *à* $\mathbb{Z}$. Φ *est un morphisme de groupes (abéliens) et* E *est son noyau. Comme tel c'est un sous-groupe de* F *donc un groupe. Bien entendu une vérification directe est simple à rédiger.*

Références