

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

8 juin 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Trouver les couples d'entiers $(x, y) \in \mathbb{N}^{*2}$ vérifiant

$$11x - 5y = 10 \text{ et } x \wedge y = 10.$$

Solution : Supposons que (x, y) soit un couple d'entier satisfaisant les hypothèses. Comme $x \wedge y = 10$, on peut écrire $x = 10x'$ et $y = 10y'$ avec $x' \wedge y' = 1$. Alors le couple d'entiers (x', y') vérifie

$$11x' - 5y' = 1$$

Un couple de Bézout évident est $(x', y') = (1, 2)$. On trouve alors (voir l'exercice ??) qu'il existe un entier $k \in \mathbb{Z}$ tel que

$$x' = 1 + 5k \text{ et } y' = 2 + 11k$$

d'où nécessairement

$$x = 10 + 50k \text{ et } y = 20 + 110k$$

On vérifie réciproquement que tout couple de cette forme convient.

Références