

# Une seconde équation diophantienne

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

22 juillet 2023

## Exercice 0.1 ★★ Une seconde équation diophantienne

On se donne trois entiers non nuls  $(A, B, C) \in \mathbb{Z}^{*3}$ , et on considère l'équation diophantienne :

$$(E) : Ax + By = C \quad (x, y) \in \mathbb{Z}^2$$

Résoudre cette équation consiste à déterminer l'ensemble des solutions  $\mathcal{S} = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid Ax + By = C\}$ .

1. Notons  $\delta = A \wedge B$ . Montrer que si  $\delta$  ne divise pas  $C$ , alors  $\mathcal{S} = \emptyset$  ;
2. On suppose désormais que  $\delta \mid C$ . Il existe trois entiers non nuls  $(A', B', C') \in \mathbb{Z}^{*3}$  tels que  $A = \delta A'$ ,  $B = \delta B'$  avec  $A' \wedge B' = 1$ , et  $C = \delta C'$ . Montrer que l'équation  $(E)$  a même ensemble de solutions que l'équation

$$(E') : A'x + B'y = C'$$

3. Comment trouver une solution particulière de l'équation  $(E')$  ?
4. En déduire l'ensemble  $\mathcal{S}$  de toutes les solutions ;
5. Résoudre dans  $\mathbb{Z}$  l'équation

$$(E) : 24x + 20y = 36$$

## Références