

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

16 mai 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Trouver tous les couples d'entiers naturels $(a, b) \in \mathbb{N}^2$ ($a \leq b$) tels que $a \wedge b = 18$ et $a + b = 360$.

Solution : Soit $(a, b) \in \mathbb{N}^2$ un couple solution du problème. Alors il existe $(a', b') \in \mathbb{N}^2$ tel que $a = 18a'$, $b = 18b'$ et $a' \wedge b' = 1$. De plus comme $a + b = 360$, on sait que $a' + b' = 360/18 = 20$. En résumé, (a', b') est un couple de deux entiers premiers entre eux et de somme 20. Les seuls couples à vérifier cette propriété sont

$$(1, 19), (3, 17), (7, 13), (9, 11).$$

On multiplie ces couples par 18 pour retrouver le couple (a, b) :

$$(18, 342), (54, 306), (126, 234), (162, 198).$$

Réciproquement, chacun de ces couples vérifie les deux conditions.

Références