

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

On dit qu'une fraction m/n est basique si $0 < m < n$. Considérons les fractions basiques de dénominateur 12 :

$$\frac{0}{12}, \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{5}{12}, \frac{6}{12}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12}, \frac{11}{12}$$

Après réduction, et en groupant ces fractions selon leurs dénominateurs, on obtient

$$\frac{0}{12} ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{3}, \frac{2}{3} ; \frac{1}{4}, \frac{3}{4} ; \frac{1}{6}, \frac{5}{6} ; \frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$$

En s'inspirant de cette idée, montrer que pour tout entier $m \geq 2$,

$$\sum_{d|m} \varphi(d) = m$$

où φ est l'indicateur d'Euler vu en TD.

Solution :

Références