

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

29 mars 2024

## Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

On dit qu'une fraction  $m/n$  est basique si  $0 < m < n$ . Considérons les fractions basiques de dénominateur 12 :

$$\frac{0}{12}, \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{5}{12}, \frac{6}{12}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12}, \frac{11}{12}$$

Après réduction, et en groupant ces fractions selon leurs dénominateurs, on obtient

$$\frac{0}{12}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}, \frac{2}{3}; \frac{1}{4}, \frac{3}{4}; \frac{1}{6}, \frac{5}{6}; \frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$$

En s'inspirant de cette idée, montrer que pour tout entier  $m \geq 2$ ,

$$\sum_{d/m} \varphi(d) = m$$

où  $\varphi$  est l'indicateur d'Euler vu en TD.

## Références