

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

30 juin 2022

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Prouver que :

1. $\forall x \in \mathbb{R}_+, \sin x \leq x$

2. $\forall x \in \mathbb{R}, \cos x \geq 1 - \frac{x^2}{2}$

Solution :

1. Il suffit d'étudier les variations de la fonction $f_1 : \begin{cases} \mathbb{R}_+ & \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto \sin x - x \end{cases}$.

2. On prouve d'abord l'inégalité sur \mathbb{R}_+ . Pour ce faire, on étudie les variations de $f_2 : \begin{cases} \mathbb{R}_+ & \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto \cos x - 1 + \frac{x^2}{2} \end{cases}$ et on utilise l'inégalité prouvée dans la question 1. On montre alors que l'inégalité reste vraie sur \mathbb{R}_- en utilisant la parité de f_2 .

Références