

Un théorème d'Erdős sur les fonctions multiplicatives monotones

Patrice Lassère¹

¹, Université Paul Sabatier, Toulouse

24 juin 2023

Exercice 0.1 ★ Un théorème d'Erdős sur les fonctions multiplicatives monotones

[1], (8)1986.

Une fonction arithmétique $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ non identiquement nulle est **dite multiplicative** si

$$f(mn) = f(m)f(n) \quad \text{dès que } m \wedge n = 1,$$

et **complètement multiplicative** si

$$f(mn) = f(m)f(n) \quad \text{pour tous } n, m \in \mathbb{N}.$$

1. Montrer que si f est complètement multiplicative et croissante, il existe une constante α telle que $f(n) = n^\alpha$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
2. Montrer que toute application multiplicative croissante est complètement multiplicative.

Solution :

Références

- [1] American Mathematical Monthly. M.A.A., maa@?????.fr.