

$n(n^2 + 1)/2$ est valeur propre de toute matrice magique
 $A \in M_n(\mathbb{R})$.

Patrice Lassère¹

¹, Université Paul Sabatier, Toulouse

7 avril 2023

Exercice 0.1 ★ $n(n^2 + 1)/2$ est valeur propre de toute matrice magique
 $A \in M_n(\mathbb{R})$.

[1], E 733-1947.

Montrer que toute matrice magique $A \in M_n(\mathbb{R})$ admet $n(n^2 + 1)/2$ comme valeur propre.

Solution : Soit $A \in M_n(\mathbb{R})$ une matrice magique¹. Désignons par s la somme des composantes d'une colonne de A , si $X = {}^t(1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^n$, comme A est magique

$$AX = sX.$$

La somme des n^2 premiers entiers vaut $n^2(n^2 + 1)/2$ et c'est la somme des n colonnes de A soit $n^2(n^2 + 1)/2 = ns$ et finalement $s = n(n^2 + 1)/2$.

Références

[1] American Mathematical Monthly. M.A.A., maa@?????.fr.