

Déterminant et calcul différentiel

Patrice Lassère¹

¹, Université Paul Sabatier, Toulouse

11 août 2023

Exercice 0.1 ★ Déterminant et calcul différentiel

[1]

On note

$$\varphi : A \in M_d(\mathbb{C}) \mapsto \varphi(A) := \det(A) \in M_d(\mathbb{C})$$

l'application déterminant.

- ① Montrer que $\varphi \in \mathcal{C}^\infty(M_d(\mathbb{C}))$.
- ②

À l'aide de la comatrice, calculer pour $(i, j) \in \{1, 2, \dots, d\}^2$ et $A \in GL_d(\mathbb{C})$ la dérivée partielle $\frac{\partial \varphi(A)}{\partial x_{i,j}}$ pour en déduire $d\varphi(A)$.

- ③ Une autre méthode pour calculer $d\varphi(A)$.
 - Calculer $d\varphi(I_d)$.
 - En déduire $d\varphi(A)$ pour $A \in GL_d(\mathbb{C})$.
 - Conclure.

Références

- [1] Francois Rouvière. Petit guide de Calcul Différentiel. Cassini, 1999.