

# $e = \sum 1/k!$ , une preuve élémentaire

Patrice Lassère<sup>1</sup>

<sup>1</sup>, Université Paul Sabatier, Toulouse

11 août 2023

**Exercice 0.1** ★  $e = \sum 1/k!$ , une preuve élémentaire

CMJ, 1-1994.

Montrer que pour tout  $x \in ]0, 1]$  :  $1 + ex > e^x > 1 + x$ . En déduire que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  et  $x \in ]0, 1]$  :

$$1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{ex^{n+1}}{(n+1)!} > e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$$

et enfin que  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} = e$ .

## Références